

Le financement des investissements par emprunts

Définition

Pour bien démarrer

I) Les emprunts

- a) Remboursables par amortissements constants
- b) Remboursables par échéances constantes
- c) Conclusion sur les emprunts
- d) Taux effectif global
- e) Taux proportionnel et taux équivalent

II) Outils pour les calculs

- a) Calculatrice financière
- b) Tableur

Définition

Pour une entreprise, une structure, un organisme, une administration, un club, INVESTIR, c'est faire l'acquisition d'un équipement, d'un matériel, d'un local, d'un bien durable dans le but de faire fonctionner l'activité de l'entreprise.

Cette acquisition représente souvent un coût important qu'il faut FINANCER.

Les moyens de financement sont divers et variés. Ces moyens ont un coût qui diffère suivant les cas et les choix opérés.

Nous étudierons ci-après le cas des emprunts.

Pour bien démarrer

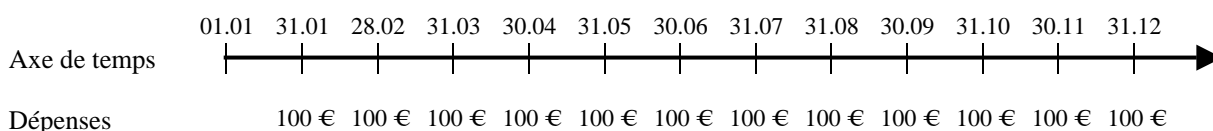
Une personne me prête 1 100 € le 1^{er} janvier 2004 et me propose deux possibilités de remboursement :

- lui payer 100 € le dernier jour de chaque mois de janvier 2004 à décembre 2004,
- lui payer 600 € le 30 juin 2004 et 600 € le 31 décembre 2004.

Les 2 possibilités sont représentées schématiquement ci-dessous :

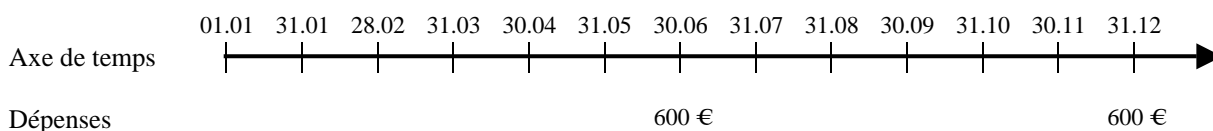
Première possibilité de remboursement

Recette 1 100 €



Deuxième possibilité de remboursement

Recette 1 100 €



	1 ^{ère} possibilité	2 ^{ème} possibilité
Nombre de versements	12	2
Montant de chaque versement	100 €	600 €
Montant total remboursé	1 200 €	1 200 €

Qu'en dire ?

À première vue et sans y réfléchir, les deux solutions sont semblables puisque dans les deux cas, l'emprunteur rembourse au final une somme globale de 1 200 €

Et pourtant, en raison du décalage dans le temps des remboursements, il y a une grande différence entre les deux solutions. Après avoir fait les calculs nécessaires, on peut apprécier ci-après cette différence en constatant les résultats obtenus :

	1 ^{er} cas	2 ^{ème} cas
Taux de revient effectif	16,38 %	12 %

En conclusion

Le financier habile à comparer différentes solutions pourra choisir au mieux des intérêts de sa structure la solution la plus avantageuse pour sa trésorerie.

L'emprunt et le crédit-bail sont les solutions les plus usitées dans le financement des investissements. Leur fonctionnement diffère et leurs modalités sont nombreuses et variées.

I/ Les emprunts

Les organismes financiers prêtent de l'argent à leurs clients. Ceux-ci remboursent, en plusieurs fois, les sommes prêtées en y ajoutant un intérêt calculé selon un taux fixé à l'avance.

On appelle amortissement du capital, le montant du remboursement du capital emprunté ; on appelle échéance, le montant représenté, à chaque fin de période de remboursement, par l'amortissement du capital + les intérêts sur le capital restant dû.

On peut distinguer deux méthodes des remboursement des emprunts :

- les emprunts remboursables par amortissements constants,
- les emprunts remboursables par échéances constantes.

a) *emprunt remboursable par amortissements constants*

Amortissement du capital = Montant emprunté / nombre de remboursements

Intérêts du capital = Capital restant dû x taux d'intérêt par période

Échéance périodique = amortissement + intérêts de la période

Exemple : 60 000 € emprunté le 10-03-2004, remboursable en 5 ans tous les mois à partir du 10-04-2004 ; intérêt au taux annuel de 6 %.

Amortissement constant du capital = $60\,000 / 60 = 1\,000$

Nombre de remboursements = 5 ans x 12 mois = 60

Taux d'intérêt par période = $6\% / 12 = 0,50\%$

Le début du tableau d'amortissement de l'emprunt se présente ainsi :

Échéance		Capital restant dû	Amortissements du capital	Intérêts du capital	Montant de l'échéance	Capital restant dû
N°	Date					
1	10/04/04	60 000,00	1 000,00	300,00	1 300,00	59 000,00
2	10/05/04	59 000,00	1 000,00	295,00	1 295,00	58 000,00
3	10/06/04	58 000,00	1 000,00	290,00	1 290,00	57 000,00
4	10/07/04	57 000,00	1 000,00	285,00	1 285,00	56 000,00
5
6

Le tableau complet comportera 60 lignes. La somme de la colonne intitulée « Amortissement du capital » sera égale à 60 000 € soit le montant total emprunté.

Dans cette forme de remboursement :

- le montant de l'amortissement du capital est toujours le même,
- le montant des intérêts du capital diminue constamment,
- le montant de l'échéance périodique diminue constamment.

b) *emprunt remboursable par annuités constantes*

Calcul de l'annuité constante :

a = annuité constante
 K = capital emprunté
 t = taux d'intérêt par période
 n = nombre de périodes

$$a = K \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

Exemple : 60 000 € emprunté le 10-03-2004, remboursable en 5 ans tous les mois à partir du 10-04-2004 ; intérêt au taux annuel de 6 %.

T = taux annuel = 6 %

t = taux périodique (mensuel) = 6 % / 12 = 0,50 % = 0,005

$$a = 60\,000 \frac{0,005}{1 - (1,005)^{-60}} \quad \text{Annuité} = 1\,159,97$$

Le début du tableau d'amortissement de l'emprunt se présente ainsi :

Échéance		Capital restant dû	Amortissements du capital	Intérêts du capital	Montant de l'échéance	Capital restant dû
N°	Date					
1	10/04/04	60 000,00	859,97	300,00	1 159,97	59 140,03
2	10/05/04	59 140,03	864,27	295,70	1 159,97	58 275,76
3	10/06/04	58 275,76	868,59	291,38	1 159,97	57 407,17
4	10/07/04	57 407,17	872,93	287,04	1 159,97	56 534,23
5						
6						

Le tableau complet comportera 60 lignes. La somme de la colonne intitulée « Amortissement du capital » sera égale à 60 000 € soit le montant total emprunté.

Dans cette forme de remboursement :

- le montant de l'échéance périodique est toujours le même,
- le montant des intérêts du capital diminue constamment,
- le montant de l'amortissement du capital augmente constamment.

c) *conclusion sur les emprunts*

Si l'on utilise la méthode de l'emprunt remboursable par amortissement constant, le montant de l'échéance est plus important au début de la période de remboursement mais ce montant diminue sans arrêt.

En effet, les intérêts étant calculés sur le capital restant dû, ces intérêts diminuent au fur et à mesure de l'avancement dans le temps. En conséquence, comme l'on **rembourse plus de capital** dès le début, le capital restant dû diminue plus vite et par voie de conséquence, les intérêts seront moindres au cumul comme on peut le constater en comparant le début des deux tableaux pris en exemple ci-avant.

On peut donc conclure que :

- la méthode de remboursement par amortissements constants est favorable à l'emprunteur,
- la méthode de remboursement par échéances constantes est favorable au prêteur.

d) le taux effectif global

Les intérêts s'ajoutent à l'amortissement du capital pour donner le montant à rembourser. Cependant, il est fréquent que d'autres éléments s'ajoutent encore à cette somme pour donner le montant total à payer : l'assurance par exemple. D'autre part, dans la plupart des cas, l'organisme financier prêteur retient des frais de gestion.

En conséquence, le coût pour l'emprunteur est supérieur au taux d'intérêt nominal annoncé. Le taux effectif global (T.E.G.) est le taux d'intérêt qui tient compte à la fois des intérêts calculés sur le capital emprunté, de l'assurance et de tous les frais et commissions retenus par l'organisme prêteur.

Exemple : montant emprunté = 100 000 € assurance annuelle : 408 €
 taux d'intérêt annuel : 4,95 % frais d'ouverture de dossier : 1 000 €
 périodicité : annuelle remboursements par versements constants de
 durée : 5 ans fin de période

$$a = 100\,000 \frac{0,0495}{1 - (1,0495)^{-5}} \quad \text{Annuité} = 23\,065,56$$

Échéance, assurance comprise = 23 065,56 + 408,00 = 23 473,56

Tableau d'amortissement de l'emprunt

Échéance		Capital restant dû	Amortissement du capital	Intérêts	Assurance	Échéance	Capital restant dû
N°	Date						
1	15/08/2003	100 000,00	18 115,56	4 950,00	408,00	23 473,56	81 884,44
2	15/08/2004	81 884,44	19 012,28	4 053,28	408,00	23 473,56	62 872,16
3	15/08/2005	62 872,16	19 953,39	3 112,17	408,00	23 473,56	42 918,77
4	15/08/2006	42 918,77	20 941,08	2 124,48	408,00	23 473,56	21 977,69
5	15/08/2007	21 977,69	21 977,69	1 087,90	408,00	23 473,56	0,00
			100 000,00	15 327,83			

Pour un emprunt de 100 000 € au taux de 4,95 % l'an, l'emprunteur doit rembourser tous les ans : 23 065,56. Dans l'exemple ci-avant, si l'on tient compte des frais de dossier (1 000) et de l'assurance annuelle (408), on constate que :

- pour un emprunt de 100 000 – 1 000 (frais de dossier), soit 99 000,
- on rembourse 23 065,56 + 408,00 = 23 473,56.

Le taux effectif global (TEG) est donc celui qui répond à l'équation suivante :

$$23\,473,56 = 99\,000 \frac{\text{TEG}}{1 - (1 + \text{TEG})^{-5}}$$

TEG annuel = 5,955125 %

On voit donc ici que le taux réel (coût pour l'emprunteur) est de plus d'un point supérieur au taux nominal annoncé par l'organisme prêteur.

On notera que la communication du taux effectif global par l'organisme prêteur est obligatoire pour les opérations qui s'adressent à des particuliers.

e) le taux équivalent

Depuis le 1er juillet 2002, la France est tenue par une directive européenne d'appliquer la méthode du taux équivalent pour les calculs financiers en matière de crédit à la consommation. Sans entrer ici dans les détails mathématiques, on sait que la formule de calcul selon l'ancienne méthode, dite du taux proportionnel, et celle de la nouvelle méthode, dite du taux équivalent, sont les suivantes :

Ancienne méthode \longrightarrow Taux proportionnel \longrightarrow $t = T / n$

Nouvelle méthode \longrightarrow Taux équivalent \longrightarrow $t = (1 + T)^{1/n} - 1$

Dans ces formules :

- T est le taux annuel,
- t est le taux par période,
- n est le nombre de périodes dans l'année.

Par exemple, lorsque la périodicité est mensuelle, l'année comptant 12 mois : $n = 12$; si la périodicité est trimestrielle, l'année comptant 4 trimestres : $n = 4$; etc.

On peut trouver ci-après deux exemples appliqués à des taux courants :

Taux annuel	Périodicité	Taux équivalent	Taux proportionnel
5 %	mensuelle	0,407412 %	0,416667 %
	trimestrielle	1,227223 %	1,250000 %
	semestrielle	2,469508 %	2,500000 %
6 %	mensuelle	0,486755 %	0,500000 %
	trimestrielle	1,467385 %	1,500000 %
	semestrielle	2,956301 %	3,000000 %

On constate que, dans tous les cas, le taux équivalent est inférieur au taux proportionnel.

II/ Outils pour les calculs

Les tableaux d'amortissements d'emprunts nécessitent de nombreux calculs. Ceux-ci ont été effectués pendant un certain temps à l'aide d'outils mathématiques tels que les tables de logarithmes et les tables financières. Ces outils sont aujourd'hui dépassés. On dispose maintenant d'outils modernes pour réaliser ces opérations : la calculatrice financière et le tableur.

a) la calculatrice financière

La calculatrice financière se reconnaît à la présence des touches financières et particulièrement :

- n touche qui permet d'entrer le nombre de périodes
- i% touche qui permet d'entrer le taux périodique
- PV touche qui permet d'entrer le nominal emprunté (PV est l'abréviation de Present Value)
- PMT touche qui permet d'entrer le montant du remboursement périodique (PMT est l'abréviation de Paiement)

À partir de 3 données, on cherche la 4^{ème}.

Exemple : à partir des données utilisées page 3 dans le paragraphe « Pour bien démarrer », utilisons une Casio FC-100 :

Saisie	Touche	Remarque
600	+/- PMT	Le montant doit être entré en négatif car il s'agit d'une dépense (paiement)
2	n	
1100	PV	
	COMP i%	L'écran affiche le résultat, soit : 6,00 comme taux semestriel x 2 = 12 % de taux annuel

Saisie	Touche	Remarque
1100	PV	
12	n	
100	+/- PMT	
	COMP i%	L'écran affiche le résultat, soit : 1,364703066 comme taux mensuel x 12 = 16,38 % de taux annuel

b) le tableur

Le logiciel tableur (Excel par exemple) est un outil parfait pour tout type de calcul. On peut aisément y entrer des formules comme celle-ci :

Calcul de l'annuité constante :

$$a = K \frac{t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

a = annuité constante

K = capital emprunté

t = taux d'intérêt par période

n = nombre de périodes

Cependant, le tableur propose directement des fonctions financières et en particulier :

<u>Fonction</u>	<u>Signification</u>
taux	permet de calculer le taux par période
npm	permet de calculer le nombre de paiements
vpm	permet de calculer la valeur de chaque paiement
va	permet de calculer la valeur actuelle (le nominal)

La syntaxe de ces fonctions est la suivante :

- TAUX(npm;vpm;va),
- NPM(taux;vpm;va),
- VPM(taux;npm;va),
- VA(taux;npm;vpm).

Deux autres paramètres peuvent aussi figurer entre les parenthèses, nous ne les utiliserons pas ici ; l'aide en ligne du logiciel pourra vous renseigner sur leur utilité.

Exemples : à partir des données utilisées pour le TEG ci-avant, utilisons le tableur Excel

	A	B
1	Capital emprunté	99 000,00 €
2	Montant des paiements annuels	23 473,56 €
3	Nombre total de paiements	5
4		
5	Calcul du taux	5,95512541 %

La cellule B5 contient la formule : =TAUX(B3;-B2;B1)

	A	B
1	Capital emprunté	100 000,00 €
2	Taux d'intérêt annuel	4,95 %
3	Nombre total de paiements	5
4		
5	Calcul de l'échéance constante	23 065,56 €

La cellule B5 contient la formule : =-VPM(B2;B3;B1)

Le tableur permettra de dresser aisément des tableaux d'amortissement complets pour tout type de financement en particulier par emprunts. On pourra prévoir :

- une feuille de calcul pour la saisie des données,
- une autre feuille pour la réalisation des tableaux d'amortissement.